लक्ष्य

LAKSHYA

मनु प्रकाशन प्रा. लि., जयपुर

II GRADE

वरिष्ठ अध्यापक

अंशुल जैन
डॉ. अशोक शर्मा

पेपर-2

गणित

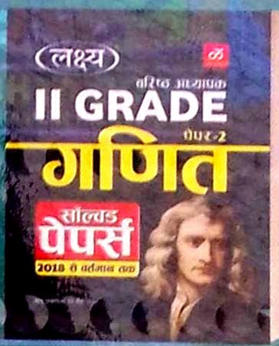
पाठ्यक्रम का सम्पूर्ण कवरेज

- माध्यमिक, उच्च माध्यमिक स्तर एवं स्नातक स्तर
- शिक्षण विधियां

इस पुस्तक के साथ

FREE

II Grade गणित
सॉल्वड पेपर्स
2018 से वर्तमान तक



LAKSHYA BOOKS
MANU PRAKASHAN PVT. LTD. (JAIPUR)
Bookbag.in

लक्ष्य®

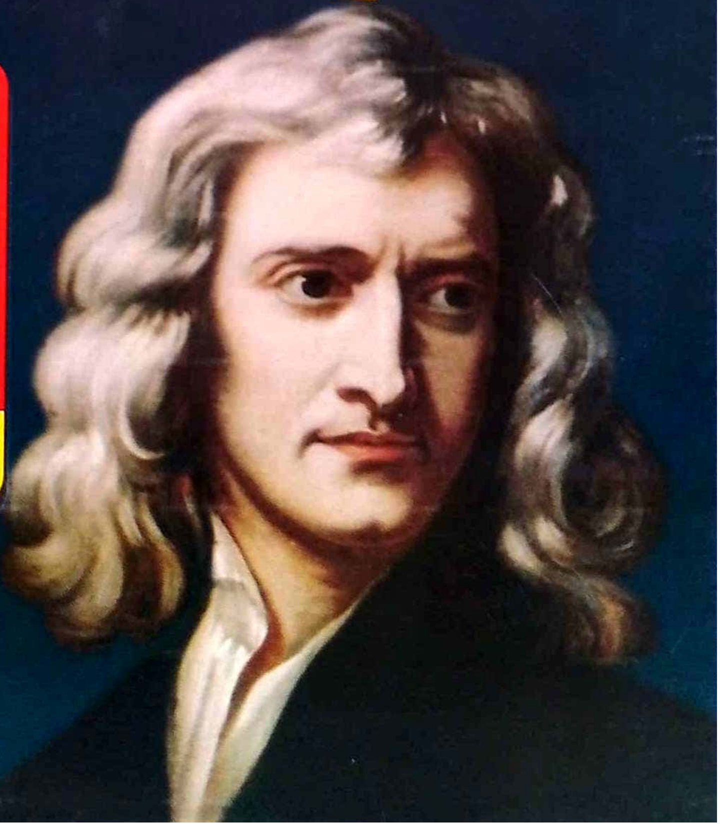
ज्ञान अनन्त
LAKSHYA

वरिष्ठ अध्यापक

II GRADE

पेपर-2

गणित



सॉल्वड पेपर्स

2018 से वर्तमान तक

मनु प्रकाशन प्रा. लि. जयपुर

bookbazi.in

लक्ष्य®

राजस्थान लोक सेवा आयोग, अजमेर द्वारा आयोजित

II Grade
वरिष्ठ अध्यापक (Senior Teacher)
गणित (Mathematics)
(Paper–2)

माध्यमिक एवं उच्च माध्यमिक स्तर,
स्नातक स्तर एवं
शिक्षण विधियाँ

लेखक

- डॉ. महावीर जैन
- अंशुल जैन (IIT)
- डॉ. अशोक शर्मा
- सेजल जैन (IIT)

Bookbaazi.in

ज्ञान अनन्त LAKSHYA

लक्ष्य®

मनु प्रकाशन (प्रा.) लिमिटेड, जयपुर

विषय-सूची

माध्यमिक एवं उच्च माध्यमिक स्तर

◈ संख्या पद्धति (Number System) 1
◈ ज्यामिति (Geometry) 14
◈ क्षेत्रमिति (Mensuration) 37
◈ बीजगणित (Algebra) 53
◈ मैट्रिक्स तथा सारणिक (Matrix and Determinant) 140
◈ समुच्चय, सम्बन्ध तथा फलन (Sets, Relations and Funtion) 164
◈ त्रिकोणमिति (Trigonometry) 189
◈ विश्लेषणात्मक ज्यामिति (Analytical Geometry)
- द्विविम निर्देशांक ज्यामिति (2-D Co-ordinate Geometry) 220
- त्रिविम निर्देशांक ज्यामिति (3-D Co-ordinate Geometry) 285

◈ कलन (Calculus)
- अवकलन (Differential Calculus) 308
- समाकलन (Integration) 361

◈ सदिश (Vectors)
(a) सदिश योग एवं गुणधर्म (Vector sum and Properties) 411
(b) दो सदिशों का गुणन (Product of two vectros) 425
(c) तीन सदिशों का गुणन (Product of three vectros) 438
◈ सांख्यिकी तथा प्रायिकता (Statics and Probability) 448-483

स्नातक स्तर

◈ अमूर्त बीजगणित (Abstract Algebra) 484
◈ वास्तविक विश्लेषण (Real Analysis) 500
◈ सम्मिश्र विश्लेषण (Complex Analysis) 521
◈ कलन (Calculus)
(a) अवकलन (Differential Calculus) 536
(b) समाकलन (Integral Calculus) 573
◈ अवकलन समीकरण (Differential Equation) 602
◈ सदिश कलन (Vector Calculus) 643
◈ विश्लेषणात्मक त्रिविमीय निर्देशांक ज्यामिति (Three dimensional geometry) 669
◈ स्थिति विज्ञान तथा गति विज्ञान (Statics and Dynamics) 682
◈ रैखिक प्रोग्रामन समस्याएँ (Linear Programming Problems) 732
◈ संख्यात्मक विश्लेषण और अंतर समीकरण
(Numerical Analysis & Difference equation)
(a) संख्यात्मक विश्लेषण (Numerical Analysis) 752
(b) अंतर समीकरण (Difference Equation) 770-782

Bookbaazi.in

शिक्षण विधियाँ

- गणित का अर्थ एवं प्रकृति (Meaning & Nature of Mathematics) 783
- गणित शिक्षण के सामान्य व विशिष्ट उद्देश्य तथा ब्लूम का वर्गीकरण 788
  (General and Specific Objectives of Mathematics Teaching & Bloom Taxonomy)
- गणित की शिक्षण विधियाँ (Methods of Mathematics Teaching) 796
- गणित में पर्यवेक्षित अध्ययन, अभिक्रमित अधिगम व निर्मित अधिगम 804
  (Supervised study, programmed learning & Constructive learning in mathematics)
- पाठ-योजना (हरबर्टीय उपागम) व इकाई योजना (मॉरिसन उपागम) का महत्त्व एवं अर्थ
  (Importance & Meaning of lesson plan (Herbertian approach) &
  Unit Plan (Morrison approach) 812
- गणित में श्रव्य-दृश्य सामग्री (Audio-Visual Aids in Mathematics) 819
- सहसंबंध की अवधारणा व अन्य विद्यालयी विषयों के परिप्रेक्ष्य में इसके प्रकार
  (Concept of correlation and its types in context of relationship with other school subjects) 827
- गणित अध्यापक की शैक्षिक एवं व्यवसायिक विशेषताएँ
  (Academic and Professional Characteristics of Mathematics teacher) 832
- पाठ्यक्रम विकास के सिद्धान्त (Principles of Curriculum Development) 837
- भारतीय गणितज्ञों का योगदान (Contribution of Indian Mathematicians) 841
- गणित में संज्ञानात्मक, भावात्मक तथा मनोक्रियात्मक विकास के संदर्भ में मूल्यांकन
  (Evaluation in Mathematics in Terms of Cognitive, Affective & Psychomotor Domain)...... 846
- इकाई परीक्षण, उपलब्धि परीक्षण व निदानात्मक परीक्षण का महत्त्व और विशेषताएँ तथा उनकी तैयारी के चरण (Importance and characteristics of unit test, achievement test, diagnostic test and steps of their preparation) 849
- विमंदित बच्चों के लिए निदानात्मक और उपचारात्मक कार्यक्रम तथा प्रतिभाशाली बच्चों के लिए संवर्धन कार्यक्रम (Diagnostic and Remedical Programmes for retarded children and enrichment programmes for gifted children) 855
- गणित शिक्षण: एक सिंहावलोकन (Teaching mathematics - an overview) 859-864

Bookbaazi.in

संख्या पद्धति
(NUMBER SYSTEM)

गणित की वह शाखा जिसके अंतर्गत संख्या तथा उनके गुणों का अध्ययन किया जाता है, **संख्या पद्धति (Number system)** कहलाता है।

◈ **अंक (Digit):** किसी भी संख्या को लिखने के लिए संकेतों का एक विशेष समूह की आवश्यकता होती है जिन्हें **अंक (Digit)** कहते है।

दाशिमक पद्धति (दशमलव पद्धति) (Decimal system) के अंतर्गत संख्या को लिखने के लिए दस अंकों 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 का प्रयोग किया जाता है।

◈ **संख्या (Number):** अंकों के समूहन से **संख्या (Number)** प्राप्त होती है।

संख्या किसी वस्तु की इकाइयों (Units) को प्रदर्शित करती है। जैसे- एक रुपया, नौ कुर्सियाँ, तीस मेज आदि।

दशमलव पद्धति में किसी संख्या में इन अंकों के स्थान को दायीं से बायीं ओर क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, ... का स्थान कहते है।

जैसे- दो करोड़ सात लाख पाँच हजार तीन सौ चौसठ को 20705364 लिखा जाता है।

Note: अंक अकेला होता है जबकि संख्या कई अंकों के समूहन से प्राप्त होती है।

संख्या में किसी अंक के मान को दो प्रकार से प्रदर्शित किया जाता है–

1. **जातीय मान (Face value):** किसी संख्या में किसी अंक का उसका स्वयं का मान उस अंक का **वास्तविक मान अथवा शुद्ध मान अथवा जातीय मान अथवा अंकित मान (Face value) कहलाता है।**

   जैसे- पाँच सौ बत्तीस 532 में

   5 का जातीय मान = 5

   3 का जातीय मान = 3

   2 का जातीय मान = 2

2. **स्थानीय मान (Place value) :** किसी संख्या में किसी अंक का स्थान आधारित मान उस संख्या का **स्थानीय मान (Place value)** कहलाता है।

   जैसे- पाँच सौ बत्तीस 532 में

   5 का स्थानीय मान = 500

   3 का स्थानीय मान = 30

   2 का स्थानीय मान = 2

Note:

(i) शून्य का स्थानीय मान तथा जातीय मान सदैव = 0

(ii) किसी संख्या में इकाई अंक का स्थानीय मान तथा जातीय मान सदैव स्वयं वही अंक होगा।

(iii) एक अंक की सबसे छोटी संख्या एक (1) होगी '0' नहीं क्योंकि 0 केवल एक अंक है। जबकि संख्या से तात्पर्य गणनीय संख्या होती है।

◈ **दशमलव संख्या का प्रसार:**

1. $5832 = 5000 + 800 + 30 + 2$

   $= 5 \times 1000 + 8 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$

   = 5 हजार + 8 सैकड़ा + 3 दहाई + 2 इकाई

2. $853.25 = 800 + 50 + 3 + 0.2 + 0.05$

   $= 8 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$

   = 8 सैकड़ा + 5 दहाई + 3 इकाई + 2 इकाई का 10वाँ भाग + 5 इकाई का 100वाँ भाग

संख्याओं के प्रकार (Type of Numbers)

◈ **प्राकृत संख्या (Natural Number):**

गणनीय संख्या अर्थात् गणना में प्रयुक्त संख्याएँ **प्राकृत संख्या (Natural number)** कहलाते है।

प्राकृत संख्याओं का समुच्चय N = {1, 2, 3, 4, ...}

◈ **पूर्ण संख्या (Whole number):**

प्राकृत संख्या में शून्य को शामिल करने पर प्राप्त संख्याओं का समुच्चय **पूर्ण संख्या** (whole number) का समुच्चय कहलाता है।

W = {0, 1, 2, 3, ...}

◈ **पूर्णांक संख्या (Integer number):**

धनात्मक तथा ऋणात्मक चिह्न युक्त पूर्ण संख्याएँ **पूर्णांक संख्या (Integer number)** कहलाती है।

I or Z = {...... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}

शून्य, **उदासीन पूर्णांक (Natural Intger)** कहलाती है।

Bookbaazi.in

◈ **सम संख्या (Even Number):**

वे पूर्णांक संख्याएँ जो कि दो से पूर्णत: विभाजित होती है अर्थात् दो के गुणज पूर्णांक संख्याएँ, **सम संख्या (Even number)** कहलाती है।

$E = \{..... -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\}$

अथवा

$E = \{2m \mid m \in Z\}$

◈ **विषम संख्या (Odd number):**

वे पूर्णांक संख्याएँ जोकि दो से पूर्णत: विभाजित नहीं होती है, **विषम संख्या (Odd number)** कहलाती है।

सम संख्या ± 1 = विषम संख्या

$O = \{...... -5, -3, -1, 1, 3, 5, ...\}$

अथवा

$O = \{2m \pm 1 \mid \forall m \in Z\}$

◈ **भाज्य संख्या (Composite number):**

वे संख्याएँ जिन्हें दो अथवा दो से अधिक अभाज्य पूर्णांकों के गुणन के रूप में लिखा जा सके, **भाज्य संख्या (Composite number)** कहलाती है।

अथवा

वे पूर्णांक संख्याएँ 1 अथवा स्वयं के अतिरिक्त अन्य पूर्णांक से भी विभाजित हो, **भाज्य संख्या** कहलाती है।

जैसे- 4, 6, 8, 9, 10, 14, 15, 16, 18, ...

◈ **अभाज्य संख्या (Prime number):**

वे पूर्णांक संख्याएँ जिन्हें दो अथवा दो से अधिक पूर्णांक के गुणन के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, **अभाज्य संख्या** (Prime number) कहलाती है।

अर्थात् वे पूर्णांक संख्याएँ जो कि 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी पूर्णांक से विभाज्य न हो, **अभाज्य संख्याएँ** कहलाती है।

जैसे- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 83, 89, 97, ...

1 से 25 के मध्य कुल अभाज्य संख्याएँ = 9

1 से 50 के मध्य कुल अभाज्य संख्याएँ = 15

1 से 75 के मध्य कुल अभाज्य संख्याएँ = 21

1 से 100 के मध्य कुल अभाज्य संख्याएँ = 25

◈ **सह-अभाज्य संख्याएँ (Co-prime numbers):**

दो अथवा दो से अधिक संख्याएँ जिनका 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, **सह-अभाज्य संख्याएँ** (Co-prime numbers) कहलाती है।

जैसे- (5, 7,), (7, 8, 13), (21, 23, 29) .... आदि

सह-अभाज्य संख्याओं का H.C.F. '1' होता है।

Note:

1. 1 ना तो भाज्य संख्या है ना ही अभाज्य संख्या।
2. एकमात्र सम अभाज्य संख्या = 2
   2 के अतिरिक्त अन्य सभी सम संख्याएँ, भाज्य होती है
3. सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 2
4. सबसे छोटी विषम अभाज्य संख्या = 3
5. सबसे छोटी भाज्य संख्या = 4
6. सबसे छोटी विषम भाज्य संख्या = 9

◈ **परिमेय संख्या (Rational numbers):**

एक पूर्णांक को दूसरे पूर्णांक (शून्य के अतिरिक्त) विभक्त करने पर प्राप्त संख्या **परिमेय संख्या (Ration number)** कहलाती है।

परिमेय संख्या $= \frac{p}{q}$

जहाँ p और q दोनों पूर्णांक संख्या तथा $q \neq 0$

जैसे- $\frac{3}{7}, \frac{13}{5}, 0, 5, -\frac{2}{3}$ आदि

परिमेय संख्याओं के समुच्चय को Q से प्रदर्शित करते है-

$$Q = \left\{\frac{p}{q} \middle| p, q \in Z, q \neq 0\right\}$$

Note: प्रत्येक पूर्णांक संख्या परिमेय संख्या होती है।

परिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार दो प्रकार का होता है

(1) सांत दशमलव संख्या (Terminating decimal number)

वे परिमेय संख्याएँ $\frac{p}{q}$, जिनमें p में q का भाग देने पर कु परिमित चरणों के पश्चात शेषफल शून्य हो जाता हो, स **दशमलव संख्या (Terminating decimal number)** कहलाती

जैसे- $\frac{3}{5} = 0.6, \frac{10}{5} = 2, \frac{5}{2} = 2.5, \frac{5}{8} = 0.625$

सांत परिमेय संख्या का हर भाग $2^m \times 5^n$ के रूप होता है जहाँ m, n = 0, 1, 2, 3, ... पूर्णांक राशि

(2) असांत आवर्ती दशमलव संख्या (Non-terminating decimal number):

वे परिमेय संख्याएँ जिसके दशमलव प्रसार में एक निश्चि क्रम में संख्याओं की पुनरावृत्ति होती रहती है। जैसे-

$\frac{1}{7} = 0.142857142857142857......$

$= 0.\overline{142857}$

$3.8\overline{54} = 3.854545454.....$

Bookbaazi.in

◈ **अपरिमेय संख्या (Irrational numbers):**

ऐसी संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता हो, **अपरिमेय संख्या (Irrational number)** कहलाती है।

अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार, **असांत अनावर्ती (Non-terminating non-repeating)** प्राप्त होता है अर्थात् अपरिमेय संख्या के दशमलव प्रसार का निश्चित अन्त नहीं होता साथ ही अंकों का निश्चित क्रम में पुनरावृत्ति नहीं होती है। **जैसे**- 5.76549 ......

(i) अपूर्ण वर्ग संख्याएँ सदैव अपरिमेय होती है।

जैसे- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, ...$

(ii) e तथा π अपरिमेय संख्या है।

◈ **महत्त्वपूर्ण बिन्दु:**

1. सभी प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्या तथा पूर्णांक संख्याएँ सदैव परिमेय संख्या होती है।
2. प्रत्येक भिन्न संख्या सदैव परिमेय संख्या होती है।
3. प्रत्येक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत अथवा असांत आवर्ती होता है। जबकि अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती होता है।
4. दो परिमेय संख्याओं के मध्य अनन्त परिमेय तथा अनन्त अपरिमेय संख्याएँ होती है।
5. दो अपरिमेय संख्याओं के मध्य अनन्त परिमेय तथा अनन्त अपरिमेय संख्याएँ होती हैं।
6. यदि a और b दो परिमेय संख्याएँ हो तो $a+b, a-b, a\times b$ तथा $\frac{a}{b}(b\neq 0)$ सदैव परिमेय संख्या होगी।
7. यदि a एक परिमेय संख्या तथा b एक अपरिमेय संख्या हो तो $a+b, a-b, b-a, a\times b, \frac{a}{b}, \frac{b}{a}(a\neq 0)$ सदैव अपरिमेय संख्या होगी।

◈ **वास्तविक संख्या (Real number):**

परिमेय और अपरिमेय संख्याओं को सम्मिलित रूप में **वास्तविक संख्या (Real number)** कहते है।

जैसे- $\sqrt{3}, -\frac{3}{8}, 3+\sqrt{5}, \frac{9}{7}$ आदि

◈ **काल्पनिक संख्या (Imaginary number):**

वे संख्याएँ जिनका वर्ग ऋणात्मक राशि हो **काल्पनिक संख्या (Imaginary number)** कहलाती है।

जैसे- $\sqrt{-2}, \sqrt{-4}, \sqrt{-6}$ आदि

ऋणात्मक इकाई का वर्गमूल $\sqrt{-1}$ को 'iota' कहते है जो कि एक काल्पनिक राशि होती है।

$$\sqrt{-2} = \sqrt{-1\times 2} = \sqrt{-1}\times\sqrt{2} = i\sqrt{2}$$

◈ **सम्मिश्र संख्या (Complex number):**

वह संख्या जो कि वास्तविक तथा काल्पनिक संख्या से मिलकर बनी हो, **सम्मिश्र संख्या (Complex number)** कहलाती है।

जैसे- $2+3i, 5-4i, 1+\sqrt{3}i$ आदि जहाँ $i = \sqrt{-1}$

◈ **संकलन, योग अथवा जोड़ (Addition):**

जिस संक्रिया से दो या अधिक संख्याओं के समान एक संख्या प्राप्त करते हैं, उसे योग, जोड़ या संकलन कहते हैं तथा इन दो या अधिक संख्याओं के जोड़ने से जो संख्या प्राप्त होती है उसे **योगफल** कहते हैं।

जोड़ का चिह्न '+' है और इसे **धन चिह्न** कहते है। जब यह किसी संख्या के पहले लिखा जाता है तो प्रकट करता है कि उस संख्या का योग करना है। 15+9 (पन्द्रह धन नौ) का अर्थ है कि 15 में 9 जोड़ना है।

उदाहरण 1. 9325, 309, 2384, 90157, 109, 40259 एवं 13011 को जोड़ो।

हल: इन संख्याओं को इस प्रकार लिखो कि इकाई के नीचे इकाई का अंक, दहाई के नीचे दहाई का अंक और इसी प्रकार सैंकड़े के नीचे सैंकड़ा, लिखना चाहिए, हजार के नीचे हजार और दस हजार के नीचे दस हजार का अंक हो, फिर नीचे एक रेखा खींच कर ऊपर से नीचे योग कर देते हैं।

```
  9325
   309
  2384
 90157
   109
 40259
 13011
------
155554
```

◈ **बाकी, व्यवकलन अथवा घटाना (Subtraction):**

व्यवकलन: बड़ी में से छोटी संख्या के घटाने की क्रिया को बाकी करना, घटाना या व्यवकलन कहते हैं, बड़ी संख्या को **वियोज्य** और छोटी को **वियोजक** कहते हैं।

Bookbaazi.in

बड़ी संख्या में से छोटी संख्या घटाने पर जो शेष बचता है उसे **शेष, अन्तर अथवा व्यवकलन फल** कहते हैं। घटाने का चिह्न '–' है, इसे ऋण कहते हैं। 16–8 (सौलह ऋण आठ) से अभिप्राय यह है कि 16 में से 8 घटाना है।

उदाहरण 2. 19827 में से 11035 को घटाओ।

हल: छोटी संख्या को बड़ी संख्या के नीचे इस प्रकार लिखें कि इकाई की संख्या के नीचे इकाई की संख्या, दहाई के नीचे दहाई की, इत्यादि हों, इसे इकाई ओर से चलते हुए घटाते हैं।

19827 वियोज्य
11035 वियोजक
8792 शेष उत्तर

◈ **पद तथा व्यंजक (Terms & Expressions):**

जब कई संख्याएँ + , – चिह्नों द्वारा जुड़ी हों तो उन्हें **व्यंजक** (Expressions) कहते हैं। व्यंजक के प्रत्येक भाग को जो + / – चिह्नों से विभक्त किया गया है, **पद** (Term) कहते हैं।

इस प्रकार 5 + 8 – 3 एक व्यंजक है और 5, 8, –3 इसके तीन पद हैं।

जिस संख्या के पूर्व + चिह्न होता है या कोई चिह्न नहीं होता, वह **धन संख्या** (Positive number) कहलाती है।

जिस संख्या के पूर्व –चिह्न होता वह **ऋण संख्या** (Negative number) कहलाती है।

जैसे– उपरोक्त उदाहरण में 5 एवं 8 धन संख्याएँ हैं तथा –3 ऋण संख्या है।

ऐसे व्यंजक का मान जिसमें धन संख्या और ऋण संख्या दोनों हों, निम्नलिखित रीति द्वारा ज्ञात किया जाता है।

विधि– पहले सभी धन संख्याओं का योग करते हैं, फिर सभी ऋण संख्याओं का योग करके सब ऋण संख्याओं के योगफल को सब धन संख्याओं के योगफल में से घटा देते हैं।

उदाहरण 3. 574 – 415 + 716 – 68 – 75 + 200 का मान ज्ञात करो।

हल: सभी धन संख्याओं का योग = 574 + 716 + 200
= 1490

ऋण संख्याओं का योग = 415 + 68 + 75 = 558

वांछित मान = 1490 – 558 = 932

◈ **गुणन अथवा गुणा (Multiplication):**

जब एक संख्या बार-बार जोड़ी जाए, तो जिस संक्षिप्त रीति से यह जोड़ प्रतीत होता है, उसे **गुणन अथवा गुणा** (Product or Multiplication) कहते हैं। जिस संख्या को जोड़ना हो उसे **गुण्य** कहते हैं और उस संख्या को जिससे प्रकट हो कि किसी संख्या को कितनी बार जोड़ना हैं **गुणक** कहते हैं।

– गुणा का चिह्न × है, इसे गुणा पढ़ते हैं, जब यह संख्याओं के बीच आता है तो भाव यह है कि दोनों संख्याओं को गुणा करना है।

– दो या अधिक संख्याओं को गुणा करने पर प्राप्त मान **गुणनफल** कहते हैं। जिन संख्याओं को आपस में ग करते हैं उन्हें अपने गुणनफल के **गुणनखण्ड** कहते अत: 3 और 5, 15 के गुणनखण्ड हैं।

– **यदि एक भी गुणनखण्ड शून्य हो तो गुणनफल शून्य ही होगा।**

◈ **महत्वपूर्ण तथ्य:**

♦ **गुण्य:** जिस संख्या को गुणा किया जाता है, उसे ग कहते हैं।

♦ **गुणक:** जिस संख्या से गुणा किया जाता है उसे गु कहते हैं।

♦ **गुणनफल:** गुणा करने पर प्राप्त परिणाम को गुणन कहते हैं।

♦ शून्य (0) अंत वाली संख्याओं को गुणा करने पर उ अंकों के गुणनफल के दायीं ओर दोनों संख्याओं के में जितने शून्य हों उतने शून्य और लगा देने पर उ गुणनफल प्राप्त हो जाता है।

◈ **परिमेयकरण (Rationalization):**

भिन्नात्मक रूप में लिखी अपरिमेय संख्या का हर परिमेय संख्या में परिवर्तित करने की प्रक्रिया **परिमेयक** **(Rationalization)** कहलाती है।

1. $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

3. $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

4. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

5. $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

6. $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ $[\because a > b]$

7. यदि $a - b = 1$ हो तो

(i) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$

(ii) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

Bookbaazi.in

- **11 से भाजकता का नियम:** यदि किसी संख्या के इकाई स्थान से प्रारंभ करते हुए सम स्थानों के अंकों के योग और विषम स्थानों के अंकों के योग का अंतर **0 या 11 का अपवर्त्य** (गुणक) हो तो वह संख्या 11 से पूर्णत: विभाज्य होती है। **जैसे**- 1265 में इकाई से प्रारंभ करके विषम स्थानों के अंकों का योग 5 + 2 = 7 एवं सम स्थानों के अंकों का योग 6 + 1 = 7 है दोनों का अंतर = 7 −7 = 0 अत: 1265 में 11 का पूरा-पूरा भाग जाएगा।
- किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 या 9 ही हो सकता है।
- किसी भी पूर्ण घन संख्या का इकाई का अंक 0 से लेकर 9 तक कोई भी संख्या हो सकती है।

- संख्याओं की संक्रिया से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण सूत्र:
  - प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$
  - प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n+1)$
  - प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2
  - प्रथम n पूर्ण संख्याओं का योग = $\frac{n(n-1)}{2}$
  - प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

अभ्यास प्रश्न

1. दो लगातार विषम संख्याओं का गुणनफल 195 है। उन संख्याओं का योग क्या है?
(1) 36 (2) 28 (3) 42 (4) 48
2. किसी दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 14 है और उनके बीच का अंतर 2 है। वह संख्या है?
(1) 68 (2) 86 (3) 96 (4) 1 एवं 2 दोनों
3. 39497 में कौन-सी छोटी से छोटी संख्या जोड़ी जाए कि योगफल 3 से पूर्णत: विभाजित हो जाए?
(1) 3 (2) 5 (3) 2 (4) 1
4. यदि किसी संख्या का वर्ग किया जाये, तो इकाई के स्थान पर कौन-सा अंक नहीं हो सकता है?
(1) 9 (2) 4 (3) 7 (4) 6
5. प्रथम लगातार 40 प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?
(1) 1250 (2) 940 (3) 1090 (4) 820
6. 12 से 25 तक की प्राकृत संख्याओं का योग होगा-
(1) 288 (2) 256 (3) 259 (4) 276
7. 567827 में 6 के स्थानीय मान अंकित मान का अंतर है-
(1) 60000 (2) 60999
(3) 60094 (4) 59994
8. एक करोड़ में एक के आगे कितने शून्य लगते हैं-
(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8
9. पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या एवं चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या में कितना अंतर होता है-
(1) 1000 (2) 999 (3) 1001 (4) 1
10. पाँच अंकों की धनात्मक पूर्ण संख्याएँ कुल कितनी होती है-
(1) 10000 (2) 99999
(3) 90000 (4) 99000
11. निम्न में से प्राकृत संख्या है-
(1) −3 (2) $\sqrt{2}$ (3) 3 (4) 0
12. प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या होती है-
(1) एक (2) 1 अरब (3) 10^{20} (4) अनन्त
13. निम्न में से सम संख्या नहीं है-
(1) 2 (2) $\sqrt{6}$ (3) 8 (4) $\sqrt{4}$
14. दो प्राकृत संख्याओं का योग हमेशा होगा-
(1) एक प्राकृत संख्या
(2) एक ऋणात्मक पूर्णांक संख्या
(3) एक अपरिमेय संख्या
(4) एक अवास्तविक संख्या
15. संख्या 5957 में अंक 7 के स्थानीय मान एवं अंकित मान में कितना अंतर है-
(1) 10 (2) शून्य (3) 7 (4) 1
16. 329075 में 7 के स्थानीय मान और जातीय मान में क्या अंतर है?
(1) 68 (2) 0
(3) 5 (4) 63
17. 1 से 50 के बीच कितनी अभाज्य संख्याएँ होती हैं?
(1) 15 (2) 14
(3) 25 (4) 24
18. पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या तथा छ: अंकों की सबसे छोटी संख्या का अन्तर है-
(1) 1 (2) 11
(3) 11111 (4) 89999

Bookbaazi.in

19. निम्न में कौन-सा कथन असत्य है?
(1) दो परिमेय संख्याओं के बीच अनगिनत परिमेय संख्याएँ होती हैं।
(2) दो वास्तविक संख्याओं के बीच अनगिनत वास्तविक संख्याएँ होती हैं।
(3) अपरिमेय संख्या दशमलव रूप में हमेशा असांत होती है।
(4) 3 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।

20. निम्नलिखित में कौन-सा कथन असत्य है?
(1) सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।
(2) सबसे बड़ी ऋणात्मक पूर्णांक संख्या −1 है।
(3) π एक परिमेय संख्या है।
(4) $\frac{22}{7}$ एक परिमेय संख्या है।

21. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन असत्य है?
(1) दो परिमेय संख्याओं का योग एक परिमेय संख्या होगा।
(2) एक परिमेय और एक अपरिमेय संख्या का योग अपरिमेय संख्या होगा।
(3) दो अपरिमेय संख्याओं का योग परिमेय संख्या होगा।
(4) दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल एक परिमेय या अपरिमेय संख्या होगा।

22. संख्या 784685 में 8 के स्थानीय मानों का अंतर है-
(1) 79920 (2) शून्य
(3) 7920 (4) 84600

23. निम्न में से प्राकृत संख्या नहीं है।
(1) 2 (2) 0
(3) 3 (d) 4

24. निम्न में से पूर्ण संख्या है-
(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{5}$
(3) $\frac{3}{1}$ (d) $\frac{5}{3}$

25. किसी संख्या को 899 से भाग देने पर 63 शेष रहता है। यदि उसी संख्या को 29 से भाग दिया जाए तो क्या शेष रहेगा?
(1) 2 (2) 5
(3) 13 (4) 28

26. प्रथम 25 प्राकृत संख्याओं का योग क्या होगा?
(1) 650 (2) 600
(3) 325 (4) 425

27. सबसे छोटी अभाज्य संख्या क्या होगी?
(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

28. किसी संख्या को 32 से भाग देने पर 29 शेष बचते हैं। इसी संख्या को 8 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?
(1) 3 (2) 5
(3) 7 (4) उक्त कोई नहीं

29. किसी संख्या को 3 और 5 से भाग देने पर क्रमशः 2 और 1 शेष बचते हैं। जब उसी संख्या को 15 से भाग दें तो क्या शेष बचेगा?
(1) 1 (2) 2 (3) 11 (4) 7

उत्तरमाला

1. (2) माना पहली विषम संख्या = x
$\therefore$ दूसरी विषम संख्या = $x+2$
$\therefore x(x+2)=195$
या $x^2+2x-195=0$
या, $x^2+15x-13x-195=0$
या, $x(x+15)-13(x+15)=0$
या, $(x-13)(x+15)=0$
$\therefore x-13=0 \Rightarrow x+15=0$
$\therefore x=13 \quad x=-15$
अत: पहली विषम संख्या = 13
दूसरी विषम संख्या = 13 + 2 = 15
$\therefore$ अभीष्ट योग = 13 + 15 = 28

2. (4) अंक x और y है,
अत: $x+y=14$
$x-y=2$
या, $2x=16$
$\therefore x=8$
$\therefore y=14-8=6$
$\therefore$ संख्या $=10x+y=10\times8+6=86$
(इस प्रश्न का उत्तर 68 भी हो सकता है)

3. (4) 39497 में अंकों का योग (3 + 9 + 4 + 9 + 7) = 32 है जो 3 से विभाजित नहीं होता है जबकि 32 + 1 = 33, 3 से पूर्णत: विभाजित है अत: संख्या में 1 जोड़ना होगा।
$\therefore$ अभीष्ट संख्या = 1

Bookbaazi.in

ज्यामिती
(GEOMETRY)

◈ **रेखाखण्ड (Line Segment):**

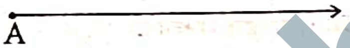
दो स्थिर बिन्दुओं के मध्य न्यूनतम दूरी रेखाखण्ड (Line segment) कहलाती है।

1. रेखाखण्ड पर दो स्थिर बिन्दु होते है जिन्हें क्रमश: प्रारम्भिक बिन्दु (Intial point) तथा अंतिम बिन्दु (Final point) कहते है।
2. रेखाखण्ड के दो स्थिर बिन्दुओं के मध्य अनन्त बिन्दु स्थित होते हैं।
3. रेखाखण्ड की लम्बाई परिमित होती है।

(प्रारम्भिक बिन्दु) (अंतिम बिन्दु)

◈ **किरण (Ray):**

यदि रेखाखण्ड का प्रारम्भिक बिन्दु 'A' स्थिर बिन्दु हो तथा दूसरा बिन्दु B अनन्त पर स्थित हो तो इसे **किरण (Ray)** कहते है।



(प्रारम्भिक बिन्दु)

1. किरण पर एक स्थिर बिन्दु होता है जिसे प्रारम्भिक बिन्दु कहते है।
2. किरण दूसरी ओर से अनन्त की ओर अग्रसर होती है।
3. किरण की लम्बाई एक ओर से अपरिमित होती है।
4. किरण पर स्थिर बिन्दु के आगे अनन्त विन्दु स्थित होते है।

◈ **रेखा (Line):**

यदि रेखाखण्ड को दोनों ओर से अपरिमित रूप से विस्तार किया जाए तो रेखा (Line) प्राप्त होती है।

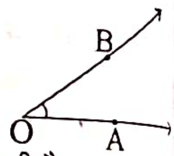
1. रेखा के दोनों सिरे अनन्त की ओर अग्रसर होते है।
2. रेखा की दोनो ओर से अपरिमित लम्बाई होती है।
3. रेखा पर अनन्त बिन्दु स्थित होते है किन्तु रेखा के निर्धारण के लिए दो बिन्दु पर्याप्त है।
4. एक ही बिन्दु से गुजरने वाली रेखाओं की संख्या अनन्त हो सकती है।
5. दो स्थिर बिन्दु से गुजरने वाली रेखा की संख्या केवल एक ही होगी।
6. एक ही रेखा पर स्थित सभी बिन्दु **संरेखीय बिन्दु (Colinear points)** कहलाते है।
7. यदि सभी बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित न हो तो इन्हें **असंरेख बिन्दु** कहते है।
8. असंरेख बिन्दुओं की न्यूनतम संख्या 3 होगी।
9. **n असंरेख बिन्दुओं से गुजरने वाली सरल रेखाओं की संख्या** $= \dfrac{n(n-1)}{2}$
10. दो भिन्न सरल रेखाओं में केवल एक ही बिन्दु उभयनिष्ठ हो सकता है जिसे **प्रतिच्छेद बिन्दु (Point of Intersection)** कहते है।
11. तीन या तीन से अधिक सरल रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हो तो इन्हे **संगामी सरल रेखाएँ (Congruent lines)** कहते है तथा इस बिन्दु को **संगामी बिन्दु (Point of Congruency)** कहते है।

◈ **कोण (Angle):**

कोई भी दो भिन्न किरणें जिनका प्रारम्भिक बिन्दु एक ही हो **कोण (Angle)** का निर्माण करती है।

उभयनिष्ठ प्रारम्भिक बिन्दु को **कोण का शीर्ष** (vertex) तथा दोनों किरणों को **कोण की भुजाएँ (Sides of Angle)** कहते है।

किरणें OA तथा OB कोण AOB का निर्माण करते हो तो 'O' कोण AOB का शीर्ष तथा किरणें OA और OB कोण AOB की भुजाएँ कहलाती है।

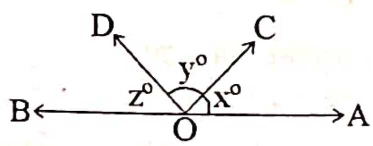


कोण के मापन की इकाई **डिग्री (अंश) अथवा रेडियन (degree or radian)** होती है।

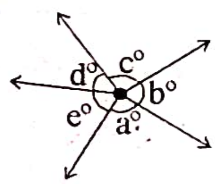
$$\pi \text{ रेडियन} = 180^\circ$$

1. किसी रेखा पर एक ओर बने कोणों का कुल योग 180° अथवा π रेडियन होता है।

$x^\circ + y^\circ + z^\circ = 180^\circ$



2. किसी बिन्दु के चारों ओर बने कोणों का कुल योग 360° अथवा 2π रेडियन होता है।

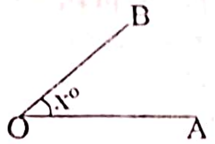


$a^\circ + b^\circ + c^\circ + d^\circ + e^\circ = 360^\circ$

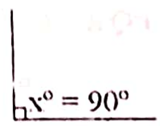
Bookbaazi.in

3. 0° से 90° के मध्य कोण **न्यून कोण (Acute angle)** कहलाता है।

$0° < x° < 90°$

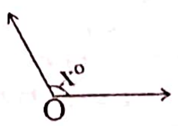


4. 90° (अथवा π/2 रेडियन) के कोण को **समकोण (Right angle)** कहते हैं।

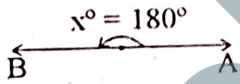


5. 90° से 180° के मध्य कोण को **अधिक कोण (Obtuse angle)** कहते है।

$90° < x° < 180°$

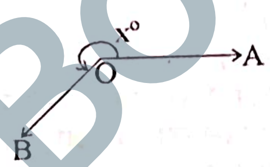


6. 180° के कोण को **सरल कोण अथवा ऋजु कोण (Straight angle)** कहते है।



7. 180° से 360° के मध्य कोण को **वृहत्त कोण अथवा प्रतिवर्ती कोण (Reflex angle)** कहते है।

$180° < x° < 360°$



◈ **पूरक कोण (Complementry angle):**

यदि दो कोणों का योग 90° हो तो वे परस्पर एक-दूसरे के **पूरक कोण (Complementry angle)** कहलाते है।

θ का पूरक कोण = 90° – θ

30° का पूरक कोण = 90° – 30° = 60°

60° का पूरक कोण = 90° – 60° = 30°

0° का पूरक कोण = 90° – 0° = 90°

90° का पूरक कोण = 90° – 90° = 0°

Note: पूरक कोण सदैव न्यून कोण होते हैं।

◈ **सम्पूरक कोण (Supplementry angle):**

यदि दो कोणों का योग 180° हो तो वे परस्पर एक-दूसरे के **सम्पूरक कोण (Supplementry angle)** कहलाते है।

θ का सम्पूरक कोण = 180° – θ

30° का पूरक कोण = 180° – 30° = 150°

150° का पूरक कोण = 180° – 150° = 30°

0° का पूरक कोण = 180° – 0° = 180°

180° का पूरक कोण = 180° – 180° = 0°

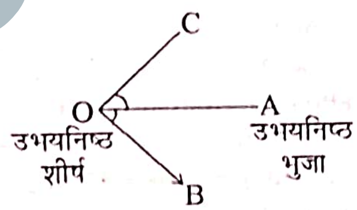
90° का पूरक कोण = 180° – 90° = 90°

Note: सम्पूरक कोणों के युग्म में एक न्यूनकोण हो तो दूसरा अधिक कोण होगा।

◈ **आसन्न कोण (Adjacent angle):**

दो कोण **आसन्न कोण (Adjacent angle)** कहलाते है, यदि-

1. उनमें एक उभयनिष्ठ शीर्ष (Common vertex) हो
2. एक उभयनिष्ठ भुजा (Common side) हो
3. शेष भुजाएँ उभयनिष्ठ भुजा के परस्पर विपरीत ओर स्थित हो।



चित्रानुसार-

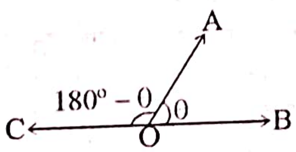
∠AOC तथा ∠AOB आसन्न कोण

OA उभयनिष्ठ भुजा

O उभयनिष्ठ शीर्ष

आसन्न कोणों का युग्म जिनका योग 180° **रैखिक युग्म (Linear pair)** कहलाता है।

रैखिक युग्म के कोण '**सम्पूरक कोण**' होते है।



◈ **समान्तर रेखाएँ (Parallel lines):**

ऐसी रेखाएँ जो कभी भी प्रतिच्छेद नहीं करती है, **समान्तर रेखाएँ (Parallel lines)** कहलाती है।

समान्तर रेखाओं के मध्य दूरी सदैव एक समान रहती है।

◈ **प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines):**

दो सरल रेखाएँ एक उभयनिष्ठ बिन्दु से गुजरती है तो इन्हें **प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines)** कहते है।

Bookbaazi.in

त्रिभुज (Triangle)

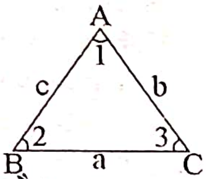
तीन भुजाओं से घिरी बन्द आकृति **त्रिभुज (Triangle)** कहलाती है।

त्रिभुज के घटक

(i) शीर्ष बिन्दु = 3

(ii) भुजा = 3

(iii) कोण = 3



Note: त्रिभुज में विकर्ण नहीं पाया जाता है।

त्रिभुज से सम्बद्ध महत्वपूर्ण परिणाम–

1. त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से अधिक होता है।

   त्रिभुज ABC में–

   $AB + BC > AC;$
   $BC + AC > AB;$
   $AB + AC > BC$

2. त्रिभुज में किन्हीं दो भुजाओं का अंतर, सदैव तीसरी भुजा से कम होता है।

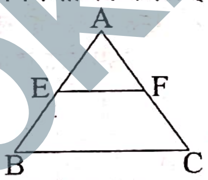
   त्रिभुज ABC में

   $|AB - AC| < BC;$
   $|AB - BC| < AC;$
   $|BC - AC| < AB$

3. त्रिभुज की किसी भुजा के समान्तर खींची गई सरल रेखा शेष दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है **(थेल्स प्रमेय)**

   ΔABC में $EF \parallel BC$ हो तो

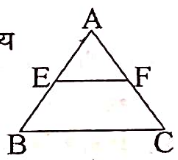
   $\dfrac{AE}{EB} = \dfrac{AF}{FC}$



4. त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा तीसरी भुजा के समान्तर तथा इसकी आधी होती है।

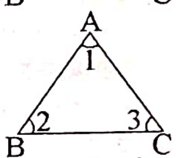
   ΔABC में भुजा AB और AC के मध्य बिन्दु E तथा F हो तो

   $EF \parallel BC$ तथा $EF = \dfrac{1}{2}BC$



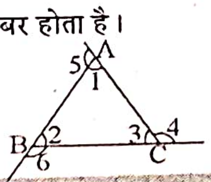
5. त्रिभुज के तीनों अन्त: कोणों का कुल योग सदैव 180° होता है।

   $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$



6. त्रिभुज की किसी भुजा को बढ़ाने पर बना बहिष्कोण, अंतराभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।

   बाह्य कोण $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$
   बाह्य कोण $\angle 5 = \angle 2 + \angle 3$
   बाह्य कोण $\angle 6 = \angle 1 + \angle 3$



उदाहरण 5. ΔABC का एक कोण 40° है, यदि दोनों कोणों का अन्तर 30° हो तो शेष कोण ज्ञात कीजिए।

हल: ΔABC का एक कोण 40° है, तथा शेष कोण x तथा y है

$\therefore\ x + y + 40^\circ = 180^\circ$

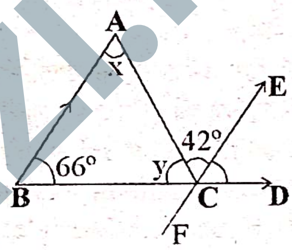
$\therefore\ x + y = 140^\circ$ ...(1)

$x - y = 30^\circ$ (दिया है) ...(2)

समीकरण हल करने पर

$\therefore x = 85^\circ$, तथा $y = 55^\circ$

उदाहरण 6. दिए गए चित्र में $AB \parallel EF$ हो तो $\angle x, \angle y$ तथा $\angle ACD$ ज्ञात कीजिए।



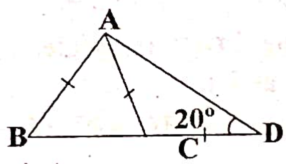
हल: यहाँ $\angle x = 42^\circ$ (एकान्तर कोण)

$\therefore\ \angle ACD = 42^\circ + 66^\circ$ (अन्तराभिमुख कोणों का योग)
$= 108^\circ$

$\angle y + \angle ACD = 180^\circ$ (रैखिक कोण युग्म)

$\therefore\ \angle y = 180^\circ - \angle ACD$
$= 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

उदाहरण 7. दिए गए चित्र में यदि AB = AC, CD = CA तथा $\angle ADC = 20^\circ$ तो $\angle B$ का मान ज्ञात कीजिए।



हल: ΔCAD में

$\because\ CA = CD$

$\therefore\ \angle CAD = \angle CDA = 20^\circ$
(बराबर भुजाओं के सामने के कोण)

$\therefore\ \angle ACB = \angle CAD + \angle CDA$
(बहिष्कोण = अन्तराभिमुख कोणों का योग)
$= 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

ΔABC में $\because AB = AC$ दिया है।

$\therefore\ \angle ABC = \angle ACB$
(बराबर भुजाओं के सामने के कोण)

$\therefore\ \angle B = 40^\circ$

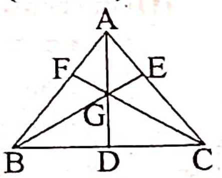
Bookbaazi.in

त्रिभुज के केन्द्र (Centres of a triangle)

केन्द्रक (Centroid):

किसी त्रिभुज में शीर्ष को सम्मुख भुजाओं के मध्य बिन्दु से मिलाने वाली रेखा को **त्रिभुज की माध्यिका (Median)** कहते है।

ΔABC में भुजाओं BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु D, E और F हो तो AD, BE तथा CF माध्यिका



त्रिभुज की माध्यिकाएँ जिस बिन्दु पर परस्पर प्रतिच्छेदित करती है उस बिन्दु को **त्रिभुज का केन्द्रक (Centroid)** कहते है।

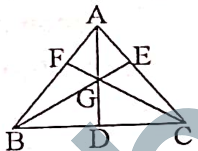
1. त्रिभुज की माध्यिकाएँ संगामी होती है।
2. केन्द्रक, त्रिभुज की माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

ΔABC में माध्यिका AD, BE तथा CF का प्रतिच्छेद बिन्दु G (केन्द्रक) हो तो

$AG : GD = 2 : 1$

$BG : GE = 2 : 1$

$CG : GF = 2 : 1$



3. त्रिभुज की माध्यिकाओं का योग, त्रिभुज के परिमाप के तीन–चौथाई से अधिक होता है किन्तु त्रिभुज के परिमाप से सदैव कम होता है।

$$AD + BE + CF > \frac{3}{4}(AB + BC + CA)$$

तथा $AD + BE + CF < (AB + BC + CA)$

4. **अपोलोनियम प्रमेय:**

$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$$

$$AB^2 + BC^2 = 2BE^2 + \frac{1}{2}CA^2 = 2(BE^2 + EA^2)$$

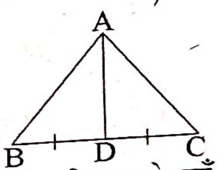
$$AC^2 + BC^2 = 2CF^2 + \frac{1}{2}CA^2 = 2(CF^2 + FB^2)$$

5. त्रिभुज की माध्यिकाओं के वर्गों का योग, त्रिभुज की भुजाओं के वर्गों के योग का तीन चौथाई होता है।

$$AD^2 + BE^2 + CF^2 = \frac{3}{4}\left(AB^2 + BC^2 + CA^2\right)$$

6. त्रिभुज की माध्यिका त्रिभुज को दो समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभक्त करती है।

$ar(\Delta ABD) = ar(\Delta ACD)$

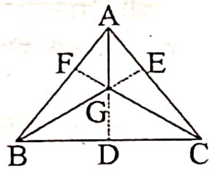


7. त्रिभुज में केन्द्रक को शीर्षों से मिलाने वाली सरल रेखाएँ त्रिभुज को तीन समान क्षेत्रफलों में विभक्त करता है।

$ar(\Delta BGC) = ar(\Delta CGA)$

$= ar(\Delta AGB)$

$= \frac{1}{3} ar(\Delta ABC)$



8. त्रिभुज की माध्यिका को भुजा लेकर बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल, मूल त्रिभुज का क्षेत्रफल का तीन चौथाई होता है।

$ar(\Delta ABC) = \frac{4}{3}$ (माध्यिका को भुजा लेकर बने त्रिभुज का क्षेत्रफल)

◈ **अन्तःकेन्द्र (In-center):**

त्रिभुज के अन्तः कोण को समान दो भागों में विभाजित करने वाली सरल रेखा **'कोण समद्विभाजक' (Angle bisector)** कहलाती है।

त्रिभुज के कोण समद्विभाजक एक बिन्दु से गुजरते है। कोण समद्विभाजक का प्रतिच्छेद बिन्दु **त्रिभुज का अन्तः केन्द्र (In-center)** कहलाता है।

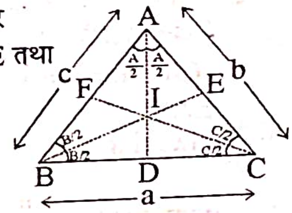
1. त्रिभुज के कोण समद्विभाजक संगामी होते है।
2. त्रिभुज में कोण समद्विभाजक, सम्मुख भुजा को शेष दो भुजाओं के अनुपात में विभाजित करती है।

ΔABC में कोण ∠A, ∠B और ∠C के समद्विभाजक AD, BE तथा CF हो तो–

$BD : DC = c : b$

$CE : EA = a : c$

$AF : FB = b : a$



3. अन्तः केन्द्र, कोण समद्विभाजक को कोण निर्माण करने वाली दो भुजाओं का योग तथा तीसरी भुजा के अनुपात में विभाजित करती है।

$AI : ID = (c + b) : a$

$BI : IE = (a + c) : b$

$CI : IF = (b + a) : c$

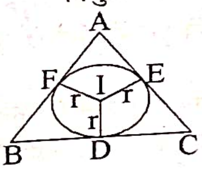
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\angle CIA = 90° + \frac{1}{2}\angle B$

$\angle AIB = 90° + \frac{1}{2}\angle C$

4. अन्तः केन्द्र की त्रिभुज की तीनों भुजाओं से लम्बवत् दूरी एक समान होती है। इस लम्बवत् दूरी को **अन्तः त्रिज्या (In radius)** कहते है।

$$\text{अन्तः त्रिज्या (r)} = \frac{\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{त्रिभुज का अर्ध परिमाप}}$$



Bookbaazi.in

त्रिभुज में तीनों शीर्षों के संगत, तीन बहिष्केन्द्र I_1, I_2 और I_3 प्राप्त होते है।

$\angle BI_1C = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

$\angle CI_2A = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B$

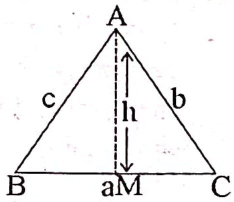
$\angle AI_3B = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C$

त्रिभुज के बहिष्केन्द्र को केन्द्र मानकर बढ़ी हुई भुजा को स्पर्श करने वाले वृत्त को **बर्हिवृत्त (Ex-circle)** कहते है तथा इस वृत्त की त्रिज्या को **बर्हित्रिज्या (Ex-radius)** कहते है।

$$r_1 = \frac{\Delta}{(s-a)};\ r_2 = \frac{\Delta}{(s-b)};\ r_3 = \frac{\Delta}{(s-c)}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल (Area of Triangle)

त्रिभुज का परिमाप $(2s) = a + b + c$
(Perimeter of triangle)



अर्ध परिमाप $(s) = \frac{1}{2}(a+b+c)$
(Semi-perimeter)

त्रिभुज का क्षेत्रफल (Area of triangle)

(i) $\Delta = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$\boxed{\Delta = \frac{1}{2}ah}$$

(ii) हीरों सूत्र (Heron's formula)

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

जहाँ $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

(iii) त्रिभुज की दो भुजा तथा इनके मध्य कोण ज्ञात हो तो

$$\Delta = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B$$

(iv) **माध्यिका पदों में त्रिभुज का क्षेत्रफल:**

त्रिभुज की माध्यिका की लम्बाई x, y, z हो तो माध्यिका को भुजा लेकर बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल का $\frac{4}{3}$ गुना, त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

$$\Delta = \frac{4}{3}\sqrt{s_m(s_m - x)(s_m - y)(s_m - z)}$$

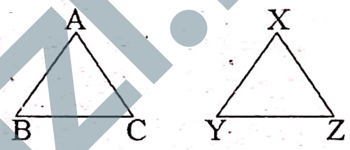
जहाँ $s_m = \frac{1}{2}(x+y+z)$

(v) समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}h^2$

जहाँ a = समबाहु त्रिभुज की भुजा
h = समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई

◈ **त्रिभुजों की समरूपता (Similarity of triangles):**

दो समरूप त्रिभुजों में कोण एक समान होते है तथा संगत भुजाएँ समानुपाती होती है।



ΔABC तथा ΔXYZ समरूप होंगे यदि

$\angle A = \angle X, \angle B = \angle Y, \angle C = \angle Z$

तथा $\frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX} = \frac{AB}{XY}$

ΔABC तथा ΔXYZ समरूप त्रिभुज हो तो

(i) $\frac{\Delta ABC \text{ का परिमाप}}{\Delta XYZ \text{ का परिमाप}} = \frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

(ii) $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta XYZ \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{AB^2}{XY^2} = \frac{BC^2}{YZ^2} = \frac{CA^2}{ZX^2}$

◈ **त्रिभुजों की सर्वांगसमता (Congruence of triangle):**

दो त्रिभुज आकार तथा माप में पूर्ण रूप से समान हो तो त्रिभुज **सर्वांगसम (Congruence)** कहलाते है।

दो त्रिभुजों के तीनों भुजाएँ तथा संगत कोण समान हो तो त्रिभुज सर्वांगसम होंगे।

दो त्रिभुजों के 6 घटकों (तीन भुजा तथा तीन कोण) में से निम्न 3 घटक समान हो तो शेष तीन घटक स्वत: समान होंगे।

(1) S.S.S (भुजा-भुजा-भुजा) नियम
(2) A.S.A (कोण-भुजा-कोण) नियम
(3) S.A.S (भुजा-कोण-भुजा) नियम
(4) R.H.S (समकोण-कर्ण-भुजा) नियम

(1) S.S.S (भुजा-भुजा-भुजा) नियम:

यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के समान हो तो दोनों त्रिभुज के संगत कोण आवश्यक रूप से समान होंगे।

Bookbaazi.in

बहुभुज (Polygon)

तीन या तीन से अधिक रेखाओं से घिरी बंद आकृति **बहुभुज** कहलाती है।

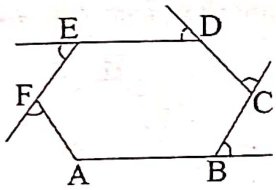
भुजाओं की संख्या के आधार पर बहुभुज का नामकरण किया जाता है। जैसे-

3 भुजाओं से घिरी बंद आकृति त्रिभुज

4 भुजाओं से घिरी बंद आकृति चतुर्भुज

5 भुजाओं से घिरी बंद आकृति पंचभुज आदि।

बहुभुज के प्रत्येक शीर्ष पर अंदर की ओर बना कोण अन्तः कोण कहलाता है। अन्तः कोणों की संख्या भुजाओं की संख्या के बराबर होती है।



बहुभुज की भुजाओं को चक्रिय क्रम में आगे बढ़ाने पर आगे बढ़ी भुजा तथा क्रमागत भुजा के मध्य कोण बहीष्कोण कहलाता है।

n भुजा वाले बहुभुज के-

(i) अन्तः कोणों का योग $= (2n-4) \times 90^\circ$

(ii) बहीष्कोणों का योग $= 360^\circ$

(iii) विकर्णों की संख्या $= \dfrac{n(n-3)}{2}$

(iv) किसी शीर्ष पर अन्तः कोण तथा बहीष्कोण का कुल योग सदैव 180° होता है।

यदि बहुभुज में प्रत्येक भुजा समान लम्बाई की हो तो इसे **सम बहुभुज (Regular polygon)** कहते हैं।

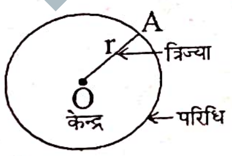
समबहुभुज का प्रत्येक अन्तः कोण समान माप का होता है जिसका माप $= \dfrac{(2n-4)\times 90^\circ}{n}$

समबहुभुज का प्रत्येक बहीष्कोण भी समान माप का होता है जिसका माप $= \dfrac{360^\circ}{n}$

वृत्त (Circle)

एक स्थिर बिन्दु से सदैव एक समान दूरी पर रहने वाले बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त आकृति **वृत्त (Circle)** कहलाता है।

1. स्थिर बिन्दु को **वृत्त का केन्द्र (Centre of circle)** कहते हैं।
2. एक समान दूरी को **वृत्त की त्रिज्या (Radius of circle)** कहते है।
3. वृत्त की परिसीमा को **वृत्त की परिधि (Circumference of circle)** कहते हैं।



4. वृत्त की परिधि पर स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं के मध्य परिधि का भाग **वृत्त का चाप (arc of circle)** कहलाता है।

   वृत्त की त्रिज्या 'r' तथा चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण 'θ' हो तो चाप की लम्बाई

   $s = \widehat{AB} = \left(\dfrac{\theta}{180^\circ}\right)\times \pi r$ (यदि 'θ' अंश में दिया हो)

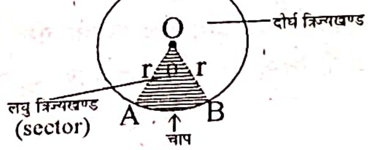
   $s = \theta \times r$ [यदि 'θ' रेडियन में दिया हो]

5. वृत्त के चाप के सिरों को केन्द्र से मिलाने वाली त्रिज्या के मध्य वृत्त का भाग **त्रिज्यखण्ड (sector)** कहलाता है।

   यदि वृत्त की त्रिज्या 'r' तथा लघु त्रिज्यखण्ड द्वारा केन्द्र पर आन्तरित कोण 'θ' हो तो

   लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \left(\dfrac{\theta}{360^\circ}\right)\times \pi r^2$

   [यदि 'θ' अंश में दिया गया हो]



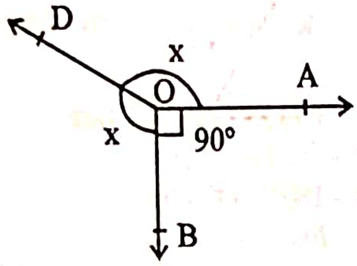
6. परिधि पर किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने वाली सरल रेखा **वृत्त की जीवा (Chord of circle)** कहलाती है।

   वृत्त के केन्द्र से गुजरने वाली जीवा **वृत्त का व्यास** कहलाती है। व्यास, वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है।

Bookbaazi.in

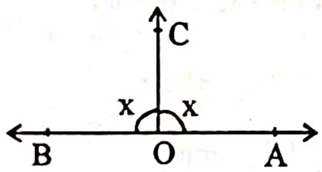
अभ्यास प्रश्न

1. चित्र में ∠AOB एक समकोण है। किरण OD वृहत् कोण ∠AOB की समद्विभाजक है। ∠BOD का मान है?



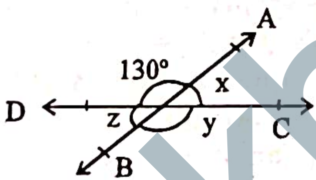
(1) 125° (2) 90° (3) 120° (4) 135°

2. AB एक रेखा है। ∠AOC=∠BOC, ∠AOC=?



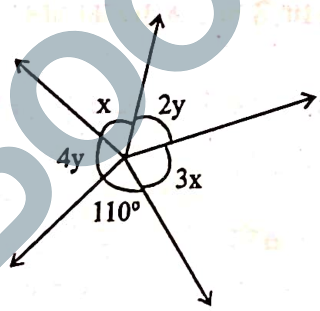
(1) 180° (2) 90° (3) 60° (4) 120°

3. ∠y + ∠x − ∠z = ?



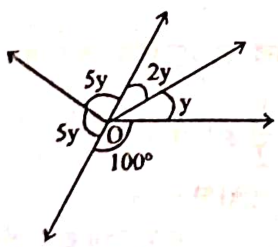
(1) 180° (2) 230° (3) 80° (4) 130°

4. अगर ∠x + ∠y = 55°, तो ∠x, ∠y का माप ज्ञात कीजिए?



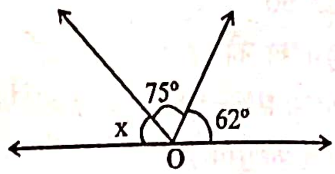
(1) 50°, 25° (2) 30°, 25°
(3) 25°, 30° (4) 40°, 15°

5. ∠y = ?



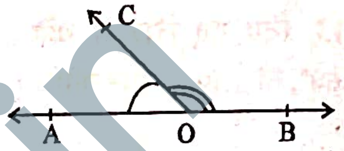
(1) 30° (2) 35° (3) 20° (4) 25°

6. ∠x = ?



(1) 75° (2) 65° (3) 63° (4) 43°

7. चित्र में दर्शाये कोण ∠AOB तथा ∠BOC हैं-

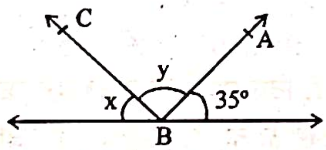


(1) पूरक कोण (2) सम्पूरक कोण
(3) आसन्न कोण (4) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

8. प्रश्न 7 में ∠AOC तथा ∠BOC है-
(1) पूरक कोण (2) सम्पूरक कोण
(3) आसन्न कोण (4) कोई नहीं

9. प्रश्न 7 में ∠AOC हैं-
(1) न्यून कोण (2) अधिक कोण
(3) सरल कोण (4) कोई नहीं

10. ∠x−∠y=25°, तो 2 (∠x) + ∠y = ?

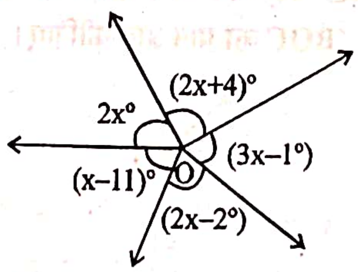


(1) 220° (2) 235° (3) 260° (4) 230°

11. निम्न में से पूरक कोण युग्म नहीं है-
(1) 45°, 55° (2) 50°, 40°
(3) 65°, 25° (4) 75°, 15°

12. निम्न में से कौनसा कथन सत्य है-
(1) एक न्यून कोण तथा एक समकोण का योगफल वृहत् कोण से अधिक नहीं हो सकता।
(2) 1° = 60"
(3) एक ऋजु कोण का माप 90° होता है।
(4) एक वृहत् कोण का माप 90° से 180° के मध्य होता है

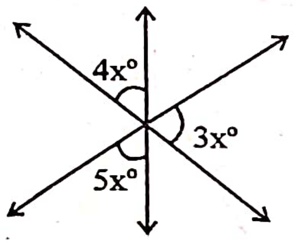
13. ∠x = ?



(1) 72° (2) 35° (3) 24° (4) 37°

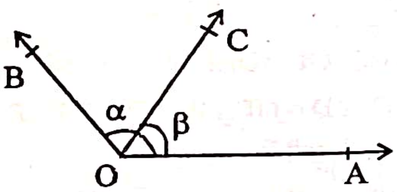
Bookbaazi.in

14. 'x' का मान ज्ञात करो–



(1) 30° (2) 48° (3) 15° (4) 20°

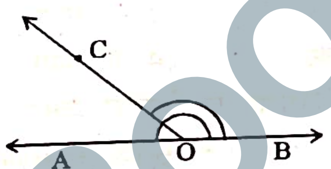
15. निम्न में से कौनसा कथन असत्य है?



(1) $\angle\alpha$ का माप $\angle\beta$ से अधिक है।
(2) $\angle AOC$, $\angle AOC$ आसन्न कोण हैं।
(3) $\angle\alpha$ अधिक कोण है।
(4) $\angle\beta$ न्यून कोण है।

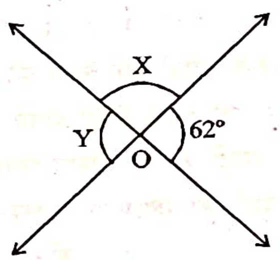
16. 70° का सम्पूरक कोण है–
(1) 20° (2) 110° (3) 200° (4) 290°

17. दिए गए चित्र में दर्शाए कोण $\angle AOB$ तथा $\angle BOC$ हैं–



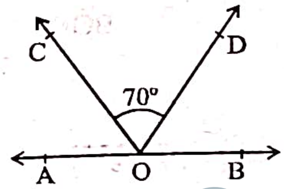
(1) पूरक कोण (2) सम्पूरक कोण
(3) न्यून कोण (4) उपर्युक्त में से कोई नहीं

18. दिए गए चित्र में दो सरल रेखाएँ AB तथा CD एक दूसरे को O बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं और इस प्रकार बिन्दु O पर बने कोण अंकित हैं। यहाँ $\angle x - \angle y$ का मान है–



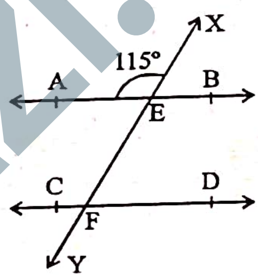
(1) 56° (2) 120° (3) 62° (4) 180°

19. दिए गए चित्र में $\angle DOC = 70°$ हो तो $\angle AOC + \angle BOD$ का मान है–



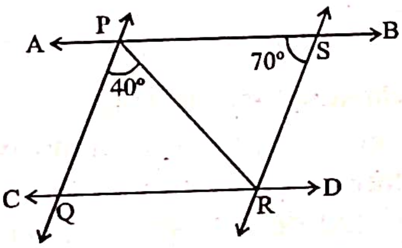
(1) 110° (2) 20° (3) 290° (4) 90°

20. दिए गए चित्र में AB ∥ CD तथा XY एक तिर्यक रेखा उन्हें क्रमशः E तथा F पर काटती है। यदि $\angle XEA = 115°$ हो तो $\angle EFD$ का मान है–



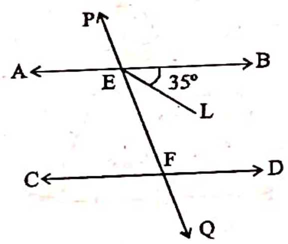
(1) 115° (2) 75° (3) 65° (4) 55°

21. दिए गए चित्र में AB ∥ CD और PQ ∥ RS, तो $\angle SPR$ का मान है–



(1) 40° (2) 55° (3) 60° (4) 70°

22. दिए गए चित्र में AB∥CD, तिर्यक रेखा PQ इन्हें E तथा F पर काटती है, यदि EL, $\angle FEB$ का अर्द्धक हो तथा $\angle LEB = 35°$ हो तो $\angle CFQ$ है–



(1) 110° (2) 80° (3) 70° (4) 55°

Bookbaazi.in

क्षेत्रमिति
(MENSURATION)

गणित की वह शाखा जिसके अन्तर्गत द्विविमीय तथा त्रिविमीय आकृतियों के परिमिती, क्षेत्रफल अथवा आयतन का अध्ययन किया जाता है, **क्षेत्रमिति (Mensuration)** कहलाती है।

समतलीय (द्विविमीय) आकृतियाँ [Plane (Two dimensional) Figures]

◈ **परिमाप (Perimeter):**

किसी बंद आकृति की परिसीमा की कुल लम्बाई **परिमाप (Perimeter)** कहलाती है।

◈ **क्षेत्रफल (Area):**

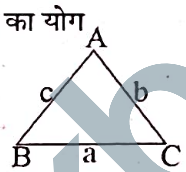
किसी बंद आकृति द्वारा समतल में घेरा गया क्षेत्र उस आकृति का **क्षेत्रफल (Area)** कहलाता है।

◈ **त्रिभुज (Triangle):**

तीन भुजाओं से घिरी बंद आकृति **त्रिभुज (Triangle)** कहलाती है।

त्रिभुज का परिमाप = त्रिभुज की भुजाओं का योग

$$2s = a + b + c$$



अर्द्ध परिमाप $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

त्रिभुज का क्षेत्रफल (Area of triangle):

(i) $\Delta = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

(ii) $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

(iii) $\Delta = \frac{1}{2} ab \sin C$

$$= \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B$$

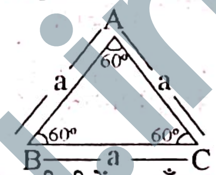
(iv) यदि त्रिभुज की माध्यिका की लम्बाई x, y, z हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{4}{3} \times \text{माध्यिकाओं से मिलकर बने त्रिभुज का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt{S_m(S_m - x)(S_m - y)(S_m - z)}$$

जहाँ $S_m = \frac{1}{2}(x+y+z)$

◈ **समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle):**



ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ समान हो, **समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle)** कहलाता है।

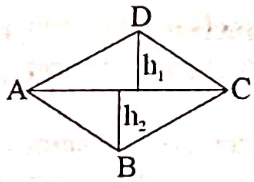
यदि समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई 'a' हो तो

समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

◈ **चतुर्भुज (Quadrilateral):**

चार भुजाओं से घिरी बंद आकृति **चतुर्भुज (Quadrilateral)** कहलाती है।



चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ विकर्ण $\times$ शेष दो शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लम्बों का योग

$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$$

1. **समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल** $= \frac{1}{2} \times$ समान्तर भुजाओं का योग $\times$ समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी
2. **समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल** = आधार $\times$ ऊँचाई
3. **सम चतुर्भुज का क्षेत्रफल** $= \frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल
4. **आयत का क्षेत्रफल** = लम्बाई $\times$ चौड़ाई
5. **वर्ग का क्षेत्रफल** = (भुजा)^2 = $\frac{1}{2}$ (विकर्ण)^2

Bookbaazi.in

◈ **समबहुभुजः** यदि बहुभुज की सभी भुजाएँ समान हो तो इसे सम बहुभुज कहते हैं।

n भुजा वाले सम बहुभुज की भुजा a हो तो

1. आंतरिक कोणों का योग = $(2n-4)\times 90^\circ$
2. प्रत्येक आंतरिक कोण = $\frac{(2n-4)\times 90^\circ}{n}$
3. बहिष्कोणों का योग = 360°
4. प्रत्येक बहिष्कोण = $\frac{360^\circ}{n}$
5. विकर्णों की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$
6. अन्तः वृत्त की त्रिज्या $r = \frac{1}{2} a \cot\left(\frac{180}{n}\right)$
7. परिवृत्त की त्रिज्या $R = \frac{1}{2} a \operatorname{cosec}\left(\frac{180}{n}\right)$
8. बहुभुज का परिमाप $P = na$
9. बहुभुज का क्षेत्रफल $A = \frac{1}{2} nar$

$$= \frac{1}{4} na^2 \cot\left(\frac{180}{n}\right)$$

उदाहरण 1. एक त्रिभुज का आधार 14 सेमी और क्षेत्रफल 70 वर्ग सेमी है। त्रिभुज की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हलः Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई

$70 = \frac{1}{2} \times 14 \times h$

$h = \frac{70\times 2}{14} = 10$ सेमी

उदाहरण 2. एक त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 13 सेमी, 14 सेमी और 15 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हलः त्रिभुज की अर्द्ध परिमिति = $(13+14+15)\div 2$

= 21 सेमी

Δ का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$

$= \sqrt{21\times 8\times 7\times 6}$

$= \sqrt{3\times 7\times 2\times 2\times 2\times 7\times 3\times 2}$

$= \sqrt{3^2\times 2^4\times 7^2}$

$= 3\times 4\times 7 = 84$ वर्ग सेमी

उदाहरण 3. उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात की[जिए] जिसका परिमाप 60 सेमी है।

हलः समबाहु त्रिभुज का परिमाप = $3a = 60$ सेमी

$\therefore a = 20$ सेमी

अतः क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 20^2$

$= 100\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

उदाहरण 4. एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भु[जाएँ] 8 (a) सेमी तथा तीसरी भुजा 4 सेमी (b) हैं। [उसका] क्षेत्रफल है-

हलः समद्विबाहु Δ का क्षेत्रफल = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$

$= \frac{4}{4}\sqrt{4\times 8^2-4^2}$

$= \sqrt{4\times 8\times 8-4^2}$

$= 4\sqrt{15}\ cm^2$

उदाहरण 5. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल [ज्ञात] कीजिए जिसमें समकोण बनाने वाली भुजाओं की [लम्बाई] क्रमशः 20 सेमी और 15 सेमी है।

हलः समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ × (समकोण बनाने वाली भुजाओं का गुणनफ[ल])

$= \frac{1}{2}\times 20\times 15 = 150$ वर्ग सेमी

उदाहरण 6. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए [जिसके] विकर्ण की लम्बाई 10 सेमी तथा सम्मुख शीर्षों से [डाले] गए लम्बों की लम्बाई क्रमशः 5 सेमी एवं 6 सेमी [है]।

हलः चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ × विकर्ण ×(विकर्ण पर डाले लम्बों का योगफ[ल])

$= \frac{1}{2}\times 10\times (5+6)$

$= \frac{1}{2}\times 10\times 11 = 55$ वर्ग सेमी

Bookbaazi.in

अभ्यास प्रश्न

1. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 27 वर्गमीटर है, यदि उसकी ऊँचाई 5.4 मीटर है तो त्रिभुज का आधार है–
(1) 5 मीटर (2) 7 मीटर
(3) 8 मीटर (4) 10 मीटर

2. एक त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी, 15 सेमी, एवं 17 सेमी हैं त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप है:
(1) 40 सेमी (2) 30 सेमी
(3) 20 सेमी (4) 15 सेमी

3. एक त्रिभुज की भुजाएँ 40 सेमी, 70 सेमी एवं 90 सेमी हैं त्रिभुज का क्षेत्रफल है–
(1) $600\sqrt{5}$ वर्ग सेमी (2) $500\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
(3) $482\sqrt{5}$ वर्ग सेमी (4) $60\sqrt{5}$ वर्ग सेमी

4. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 6 सेमी है, त्रिभुज का क्षेत्रफल है–
(1) $6\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (2) $9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
(3) $16\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (4) $3\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

5. एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाएँ प्रत्येक 5 सेमी एवं तीसरी भुजा 4 सेमी है, त्रिभुज का क्षेत्रफल है:
(1) $21\sqrt{2}$ वर्ग सेमी (2) $13\sqrt{2}$ वर्ग सेमी
(3) $2\sqrt{21}$ वर्ग सेमी (4) $8\sqrt{21}$ वर्ग सेमी

6. एक चतुर्भुज का विकर्ण 12 सेमी एवं इस पर डाले गए लम्बों की लम्बाई क्रमशः 8 सेमी एवं 5 सेमी है, चतुर्भुज का क्षेत्रफल है–
(1) 156 वर्ग सेमी (2) 96 वर्ग सेमी
(3) 60 वर्ग सेमी (4) 78 वर्ग सेमी

7. एक समान्तर चतुर्भुज का आधार 10 सेमी और ऊँचाई 7.5 सेमी है, तो उसका क्षेत्रफल है–
(1) 7.5 वर्ग सेमी. (2) 10 वर्ग सेमी.
(3) 37.5 वर्ग सेमी. (4) 75 वर्ग सेमी.

8. एक समचतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः 10 सेमी एवं 8 सेमी हैं तो इसका क्षेत्रफल है–
(1) 80 वर्ग सेमी (2) 40 वर्ग सेमी
(3) 36 वर्ग सेमी (4) 30 वर्ग सेमी

9. एक समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाएँ क्रमशः 4 सेमी एवं 3 सेमी हैं यदि उनके बीच की दूरी 2 सेमी है तो क्षेत्रफल है–
(1) 7 वर्ग सेमी (2) 12 वर्ग सेमी
(3) 14 वर्ग सेमी (4) 24 वर्ग सेमी

10. एक आयत की लम्बाई 5.4 सेमी और क्षेत्रफल 27 वर्ग सेमी हो तो उसकी चौड़ाई है –
(1) 5 सेमी (2) 5.4 सेमी
(3) 10 सेमी (4) 10.8 सेमी

11. एक वर्गाकार आँगन की भुजा 15 मीटर है। इसमें बिछाने के लिए 1.50 मीटर लम्बे एवं 0.50 मीटर चौड़े कितने पत्थरों की आवश्यकता है –
(1) 200 (2) 300 (3) 400 (4) 500

12. एक आयताकार खेत के चारों ओर 20 चक्कर लगाने से 3 किमी की दौड़ पूरी हो जाती है। यदि खेत की लम्बाई 40 मीटर हो तो इसकी चौड़ाई है–
(1) 60 मीटर (2) 50 मीटर
(3) 40 मीटर (4) 35 मीटर

13. एक आयताकार कक्ष 25 मीटर लम्बा एवं 20 मीटर चौड़ा है। इसके बाहर चारों ओर 2 मीटर 50 सेमी चौड़ाई का एक बरामदा है, बरामदे का क्षेत्रफल है –
(1) 500 वर्ग मीटर (2) 400 वर्ग मीटर
(3) 250 वर्ग मीटर (4) 225 वर्ग मीटर

14. एक आयताकार कक्ष 60 मीटर लम्बा एवं 50 मीटर चौड़ा है, उसके फर्श में दीवारों के सहारे-सहारे 4 मीटर चौड़ाई का संगमरमर लगा हुआ है, संगमरमर का क्षेत्रफल है–
(1) 896 वर्ग मीटर (2) 944 वर्ग मीटर
(3) 456 वर्ग मीटर (4) 816 वर्ग मीटर

15. एक आयताकार उपवन 150 मीटर लम्बा और 80 मीटर चौड़ा है, इसके बीचों बीच लम्बाई और चौड़ाई के समान्तर 12 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है, मार्ग का क्षेत्रफल है–
(1) 2616 वर्ग मीटर (2) 4944 वर्ग मीटर
(3) 6096 वर्ग मीटर (4) 3006 वर्ग मीटर

16. एक वृत्त की परिधि 88 सेमी है तो उसकी त्रिज्या है–
(1) 7 सेमी (2) 14 सेमी
(3) 21 सेमी (4) 28 सेमी

17. एक बॉक्स की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई क्रमशः 1.20 मी., 0.60 मी. व 0.30 मी. है। बॉक्स का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा–
(1) $3.52\,m^2$ (2) $2.52\,m^2$
(3) $1.52\,m^2$ (4) $4.52\,m^2$

18. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 864 वर्ग सेमी है। घन की भुजा (सेमी में) ज्ञात करो–
(1) 12 (2) 6
(3) 18 (4) 3

19. एक सन्दूक का माप 50 cm × 25 cm × 36 cm है। इस सन्दूक का कवर बनाने के लिए कितना कपड़ा चाहिए–
(1) 7900 m (2) 7900 cm
(3) $7900\,cm^2$ (4) $7900\,m^2$

Bookbaazi.in

20. एक कक्षा कक्ष की लम्बाई 5 मी., चौड़ाई 3.5 मी. व ऊँचाई 4 मी. है। 20 रु. प्रति वर्गमीटर की दर से चारों दीवारों पर पेन्ट कराने का व्यय होगा-
(1) 1630 रु. (2) 1530 रु.
(3) 1370 रु. (4) 1360 रु.

21. एक टिन के बॉक्स की माप 3मी×2मी×1.80मी. है। इसके बाहर के सभी फलकों पर 24 रु. प्रति वर्गमीटर की दर से पेन्ट कराने का व्यय होगा-
(1) 720 रु. (2) 740 रु.
(3) 700 रु. (4) 760 रु.

22. एक घन का आयतन 729 मी^{3} है। घन की भुजा है-
(1) 6 मी. (2) 7 मी. (3) 8 मी. (4) 9 मी.

23. एक डिब्बे की माप 28 cm × 22 cm × 6 cm है, तो इसमें 11 cm × 7 cm × 1.5 cm माप की कितनी ग्लास स्लेब रखी जा सकती है-
(1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36

24. एक पानी के टैंक की माप 2 मी × 1.5 मी × 2.5 मी है। इसमें कितने लीटर पानी भरा जा सकता है-
(1) 75 लीटर (2) 750 लीटर
(3) 7500 लीटर (4) 7.5 लीटर

25. एक बक्से की बाहरी ल., चौ. व ऊँ. क्रमशः 75cm, 50cm और 32cm है। यदि बक्सा 1cm मोटी लकड़ी से बना है तो बक्से में लगी लकड़ी का आयतन है-
(1) 14800 cm^3 (2) 14880 cm^3
(3) 14840 cm^3 (4) 14860 cm^3

26. 20 मी. लम्बी, 5 मी. ऊँची और 50 सेमी. मोटी दीवार बनाने में 25 cm × 20 cm × 10 cm माप की कितनी ईंटें चाहिए-
(1) 8000 (2) 9000 (3) 12000 (4) 10000

27. यदि घन के एक पृष्ठ का परिमाप 24cm है, तो घन का आयतन है-
(1) 216 cm^3 (2) 214 cm^2
(3) 220 cm^2 (4) 224 cm^3

28. 6 cm भुजा वाले घन को पिघलाकर 9 cm लम्बा, 6 cm चौड़ा घनाभ बनाया जाता है। घनाभ की ऊँचाई होगी (cm में)-
(1) 6 (2) 4 (3) 8 (4) 12

29. एक घनाभ का आयतन 440 cm^3 है तथा इसके आधार का क्षेत्रफल 88 cm^2 है, तो घनाभ की ऊँचाई है (cm में)-
(1) 9 (2) 7 (3) 6 (4) 5

30. एक घनाभ की माप 18 cm×12 cm× 9 cm है। इस घनाभ को पिघलाकर 3 cm भुजा वाले कितने घन बनाये जा सकते हैं-
(1) 69 (2) 60 (3) 72 (4) 55

31. दो घनाकार पासों की कोर 1 cm है। इन पासों के एक पृ को आपस में चिपकाकर एक ठोस बनाया गया है। ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है-
(1) 10 cm^2 (2) 11 cm^2
(3) 12 cm^2 (4) 15 cm^2

32. 6 मीटर भुजा के वर्गाकार फर्श के कमरे में 180 घन मी हवा है। कमरे की ऊँचाई है (मी. में)-
(1) 7 (2) 5 (3) 4 (4) 6

33. एक बेलन की ऊँचाई 7 cm तथा आधार की त्रिज्या 3 cm तो बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल है-
(1) 186.57 cm^2 (2) 188.57 cm^2
(3) 190 cm^2 (4) 185 cm^2

34. प्रश्न संख्या 33 में दिये गये बेलन का आयतन है-
(1) 178 cm^3 (2) 208 cm^3
(3) 188 cm^3 (4) 198 cm^3

35. एक बेलन का आधार 616 cm^2 तथा ऊँचाई 15 cm है। बे का आयतन है-
(1) 9240 cm^3 (2) 9420 cm^3
(3) 9240 cm^2 (4) 9420 cm^2

36. एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 7 है आयतन 550 cm^3 है। बेलन की त्रिज्या है (cm में)-
(1) 7 (2) 6 (3) 5 (4) 4

37. एक बेलन का व्यास 14 cm व ऊँचाई 15 cm है। बेल बाह्य पृष्ठ पर 0.20 रु. प्रति वर्ग सेमी. की दर से रंग करा खर्च होगा?
(1) 193.60 रु. (2) 183.60 रु.
(3) 203.60 रु. (4) 293.60 रु.

38. प्रश्न सं. 37 में दिये गये बेलन का आयतन है-
(1) 2300 cm^3 (2) 2320 cm^3
(3) 2310 cm^3 (4) 2330 cm^3

39. यदि किसी बेलन का आयतन 448π cm^3 व ऊँचाई 7cm तो बेलन की त्रिज्या (cm में) होगी-
(1) 10 (2) 8 (3) 9 (4) 6

40. एक बेलन का वक्र पृष्ठ 660 cm^2 तथा ऊँचाई 15 cm इसका आयतन होगा-
(1) 2300 cm^3 (2) 2320 cm^3
(3) 2310 cm^3 (4) 2330 cm^3

41. एक रोलर 2 m लम्बा व 1.4 m व्यास का है। 10 चक्र लगाने में रोलर कितना क्षेत्र (m^2 में) समतल करेगा-
(1) 90 (2) 84 (3) 86 (4) 88

Bookbaazi.in